

Základné magnetické javy, magnetické pole.

Vektor magnetickej indukcie.

Vodič prúdu v magnetickom poli

Zákon Biotov-Savartov.

Zvláštne prípady výpočtu B

a) v strede kruhového závitu

b) v okolí nekonečne dlhého priameho vodiča,

c) na osi závitu

Vzájomné pôsobenie vodičov pretekaných prúdom.

Ampérov zákon.

Aplikácie Ampérovho zákona

Magnetický indukčný tok, magnetické indukčné čiary.

Vektor magnetizácie magnetika.

Vektor intenzity mag. poľa - zavedenie, jednotka a rozmer.

Látky paramagnetické a diamagnetické.

Feromagnetické látky, hysterézna slučka, vlastnosti a význam.



Magnetizmus (antické mesto Magnésia dnes Mánesa v Turecku)

Thales z Milétu (6 stor. pred n.l.) – FeO a Fe_2O_3 známe ako magnetit a magnetovec
„tieto podivné predmety majú silu priťahovať železo“

Prvé objavy mg. vlastností sa teda spájajú s permanentným magnetom.
Tieto objavy patria vôbec medzi prvé vedecké objavy ľudstva.

Grécki filozofi sa domnievali, že el. a mg. sily majú rovnakú podstatu.

Bližšie poznanie magnetizmu zostávalo iba v rovine použitia.

Napr. kompas už 3 tis. pred n.l. používali Číňania na navigáciu ale zemský magnetizmus bol objavený až v 16. stor. Wiliamom Gilbertom (r. 1600 „De Magnete ...“)

Elektrina a magnetizmus navzájom spolu nesúvisia, pretože el. nabitý predmet nepôsobí na permanentný magnet (magnet a elektrizovaný jantár)

Všetky magnetické efekty sú dôsledkom

pohybu el. nábojov (prúdov)

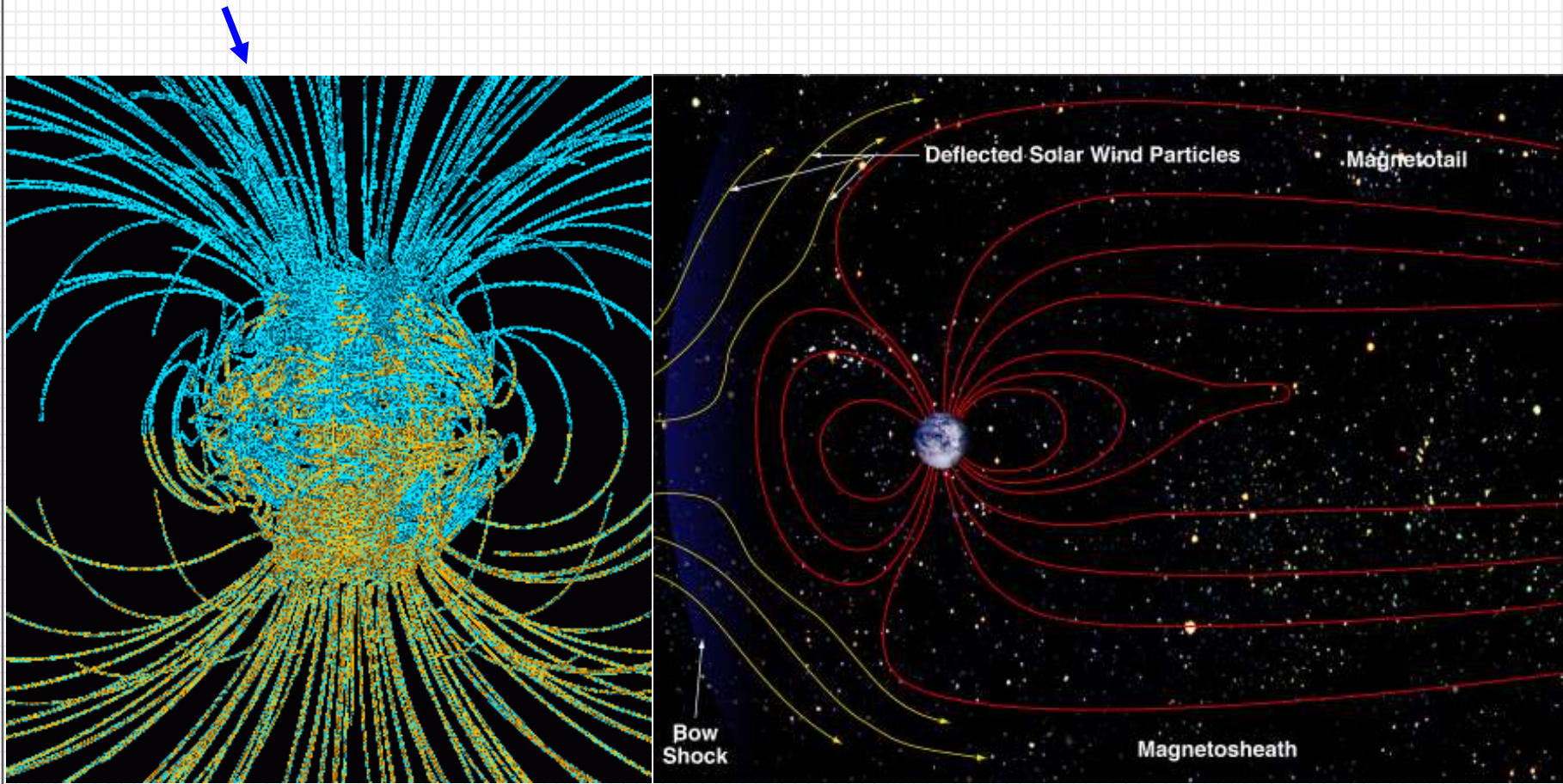
Potom **magnetizmus** je neoddeliteľnou súčasťou všeobecnejšieho fenoménu **elektromagnetizmus**

Hans Christian Oersted (1819/20)

Oersted, H. C.: Experiment on the effects on the magnetic needle,
Annals of Philosophy **16**, (1820)



Magnetické pole Zeme



Indukcia magnetického poľa

V el. poli pôsobí na **statický náboj** el. sila (Coulombov zákon)

V mg. poli na **statický náboj** nepôsobí žiadna sila, ale pôsobí na **náboj v pohybe**.

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{len mg. pole}$$

$$f = qvB \sin \alpha \quad d\mathbf{f} = dq(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

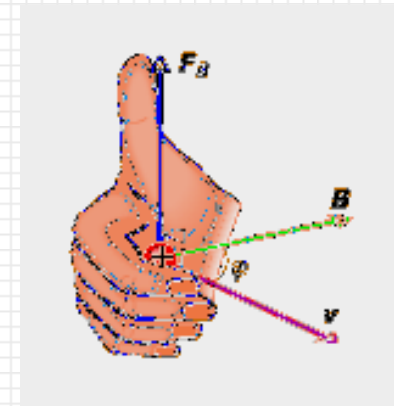
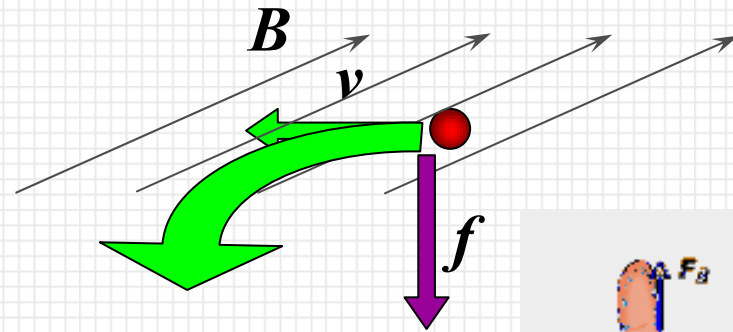
el. + mg. pole ... **Lorentzova sila**

B ... vektor indukcie mg. poľa

Jednotka indukcie mg. poľa:

$$[\mathbf{B}] = 1T = \text{kg s}^{-2} \text{A}^{-1} \quad \text{Tesla}$$

Mg. indukcia 1T je v tom bode mg. poľa, kde by na náboj veľkosti 1C pohybujúci sa rýchlosťou 1ms^{-1} pôsobila sila 1N.



Náboj pohybující sa v mg. poli

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{f} = q((\mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y) \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{f} = q((\mathbf{v}_x \times \mathbf{B}) + (\mathbf{v}_y \times \mathbf{B}))$$



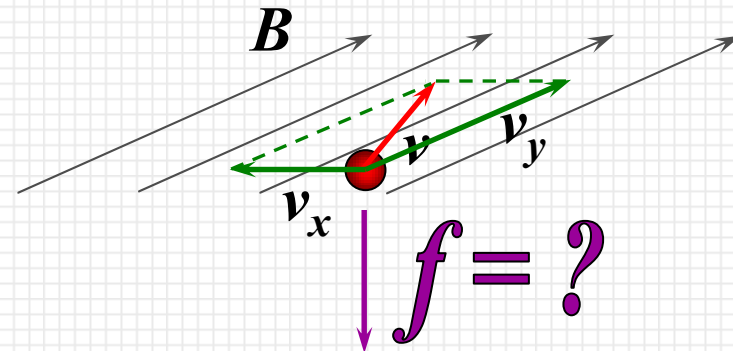
$$\mathbf{v}_y \times \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{v}_x \times \mathbf{B})$$

Sila mg. poľa na náboj pohybujúci sa v mg. poli je určená zložkou rýchlosti premietnutou do smeru kolmého na smer poľa.

Príklady mg. polí

Povrch neutronovej hviezdy	10^8 T
Blízko veľkého elektromagnetu	$1,5 \text{ T}$
Blízko malého tyčového magnetu	10^{-2} T
Na povrchu Zeme	10^{-4} T
V mezihvězdném prostoru	10^{-10} T
Nejnižší hodnota v magneticky stíněné místnosti	10^{-14} T



Prúdovodič v magnetickom poli, Ampérova sila

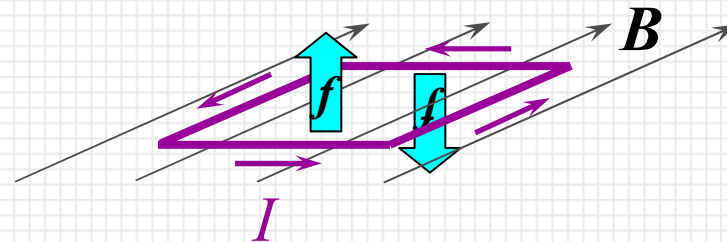
Účinky mg. poľa na pohybujúci sa náboj sú ekvivalentné na vodič s prúdom

$$dq\mathbf{v} = Idt\mathbf{v} \quad \longrightarrow \quad = Ids$$

$$d\mathbf{f} = dq(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \longrightarrow \quad d\mathbf{f} = Ids \times \mathbf{B} \quad \text{Ampérova sila}$$

$$\mathbf{f} = \oint Ids \times \mathbf{B} \quad \mathbf{f} = -I \oint \mathbf{B} \times ds$$

? Uzavretý vodič



Nenulový je však jej otáčavý účinok

$$\mathbf{M} = \oint \mathbf{r} \times (Ids \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{M} = IS \times \mathbf{B}$$

Biot-Savartov zákon

Indukcia mg. poľa, ktorého zdrojom je vodič pretekaný prúdom.

Element vodiča je zdrojom mg. poľa podobne ako statický náboj zdrojom el. poľa

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^3} \mathbf{r}$$

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

Biot-Savartov zákon

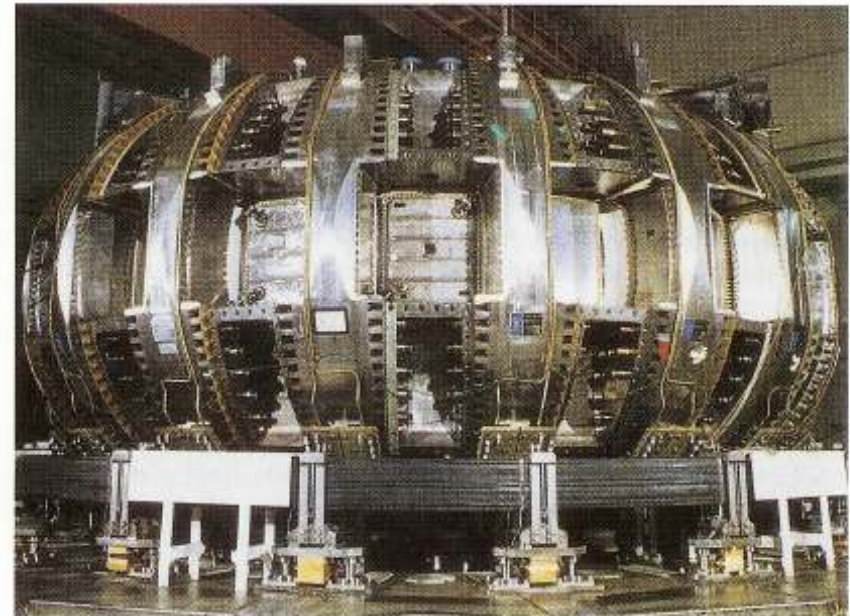
umožňuje počítať pole v okolí ľubovoľného prúdovodiča.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

μ_0 ... magnetická konštanta (permeabilita vákua)

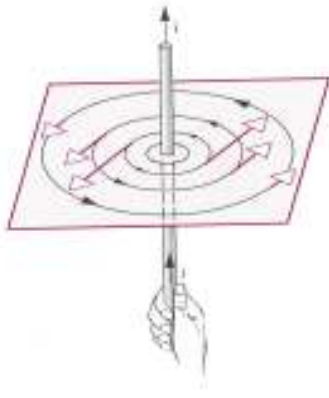
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ A}^{-2} \text{ kgms}^{-2}$$

Tokamak – toroid generujúci mg. pole 5.2T v intervale 3s. Vodičom tečie prúd okolo 73 kA.



Magnetické pole v okolí nekonečně dlouhého přímého vodiče

Určte hodnotu indukcie mg. poľa vo vzdialenosti a od nekonečne dlhého vodiča.



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times \mathbf{r}}{r^3} \longrightarrow = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds r \sin \beta}{r^3}$$

$$r = \frac{a}{\sin \beta}$$

$$s = r \cos \beta = \frac{a}{\sin \beta} \cos \beta$$

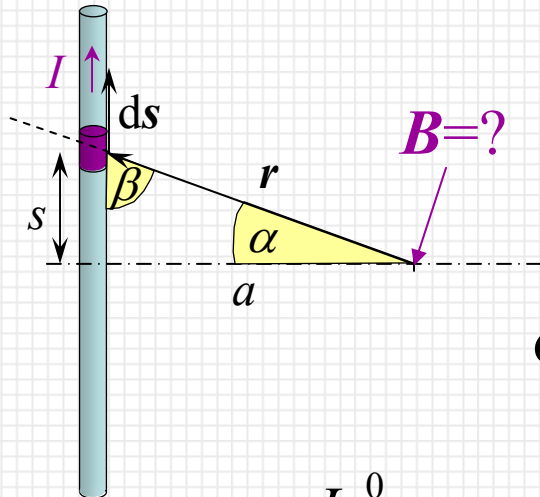
$$ds = -\frac{a}{\sin^2 \beta} d\beta$$

$$\sin \alpha = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cos \beta$$

$$dB = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \beta}{a} d\beta$$

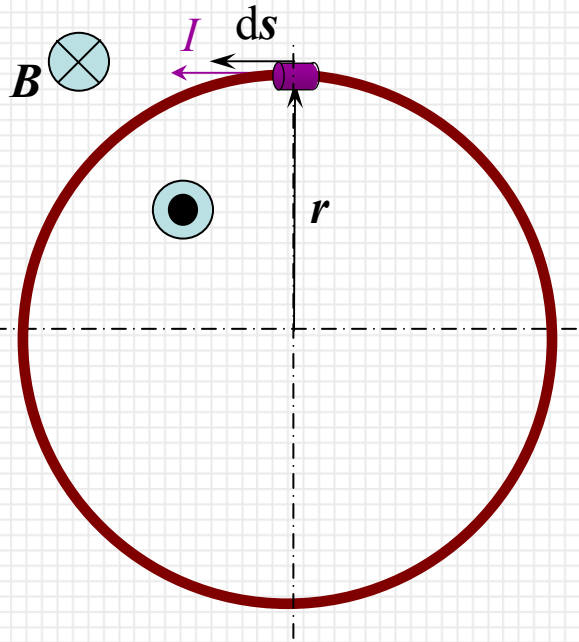
$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\pi}^0 \sin \beta d\beta \longrightarrow = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} [\cos \beta]_{\pi}^0$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



Magnetické pole v strede kruhového závitu

Určte hodnotu indukcie mg. poľa v strede závitu s polomerom R .

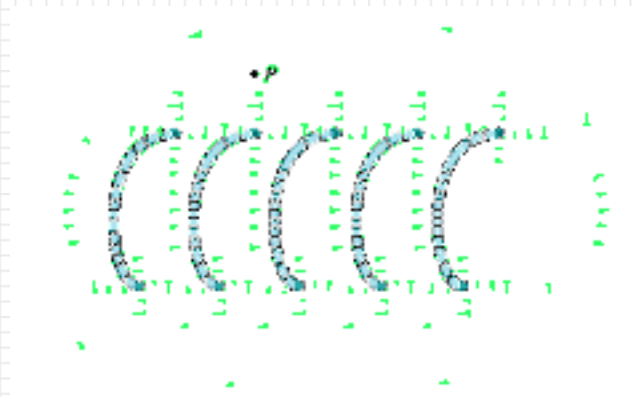


$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3} \xrightarrow{d\mathbf{s} \perp \mathbf{r}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds r}{r^3}$$

$$r = R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} ds \xrightarrow{\hspace{2cm}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} [s]_0^{2\pi R}$$

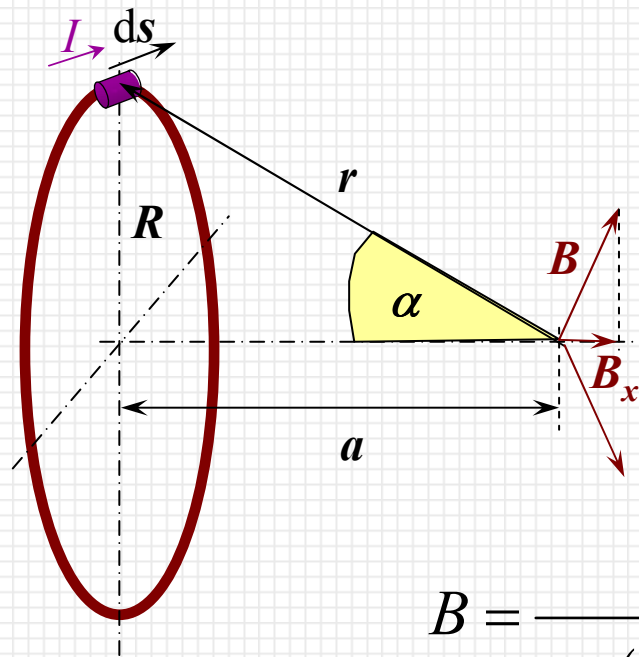
$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



Siločiary mg. poľa v solenoide
(niekoľko kruhových závitov)

Magnetické pole na osi kruhového závitu

Určte hodnotu indukcie mg. poľa na osi závitu s polomerom R vo vzdialenosti a .



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times r}{r^3} \quad \xrightarrow{ds \perp r} \quad = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds r}{r^3}$$

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds}{r^2} \frac{R}{r} \quad \xrightarrow{r = \sqrt{R^2 + a^2}} \quad = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I R ds}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

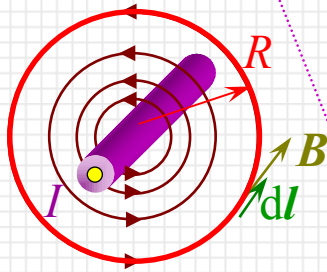
$$B = \frac{\mu_0 IR}{4\pi (R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi R} ds \quad \xrightarrow{\quad} \quad = \frac{\mu_0 IR}{4\pi (R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} [ds]_0^{2\pi R}$$

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Ampérov zákon

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Pole v okolí nekonečne dlhého priameho vodiča



$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$? Vzťah medzi magnetickým poľom vytvoreným prúdovodičom a prúdom po uzavretej dráhe charakterizuje **Ampérov zákon**

Prípád nekonečne dlhého vodiča

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \longrightarrow = \oint B dl \longrightarrow = B \oint dl \longrightarrow = B(2\pi R)$$

$$B(2\pi R) = \mu_0 I \longrightarrow \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

Ampérov zákon

Elektrické pole

$$\mathbf{E} = k \frac{Q}{r^2} \mathbf{r}^0$$

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

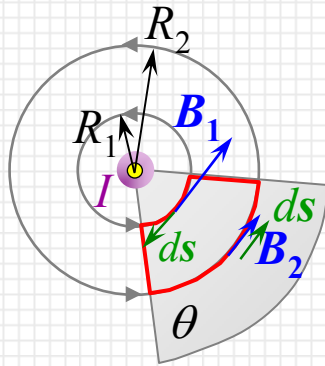
Magnetické pole

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

Pozn. Ampérov zákon je ekvivalent Biot-Savartovho zákona v mg. poli, podobne ako Gaussova veta ekvivalent Coulombovho zákona v el. poli

Aplikácie Ampérovho zákona

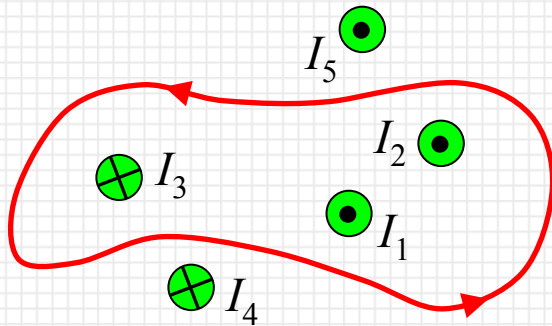


Vodič nepretína plochu ktorú uzatvára integračná krivka

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B_2 s_2 - B_1 s_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2} R_2 \theta - \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1} R_1 \theta$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

Pozn. Stačí uvažovať oblúčové úseky lebo na zvyšných priamych úsekoch je $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \sum i$$

$$I = +I_1 + I_2 - I_3$$

Aplikácie Ampérovho zákona

Určenie indukcie aj vnútri vodiča

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum i$$

$$\sum i = JS = J\pi R^2 = \frac{I}{\pi a^2} \pi R^2 = \frac{IR^2}{a^2}$$

$$B2\pi R = \mu_0 I \frac{R^2}{a^2}$$

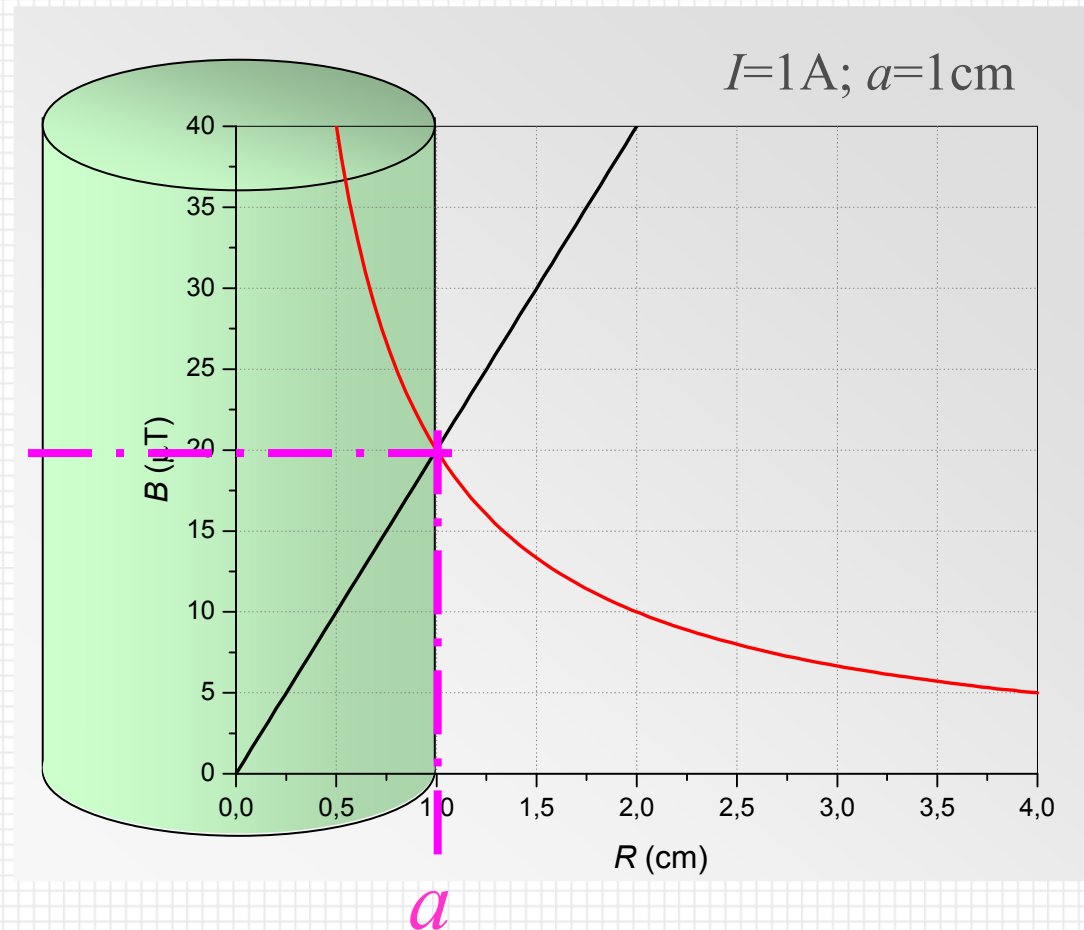
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$R < a$$

$$B = \frac{\mu_0 IR}{2\pi a^2}$$

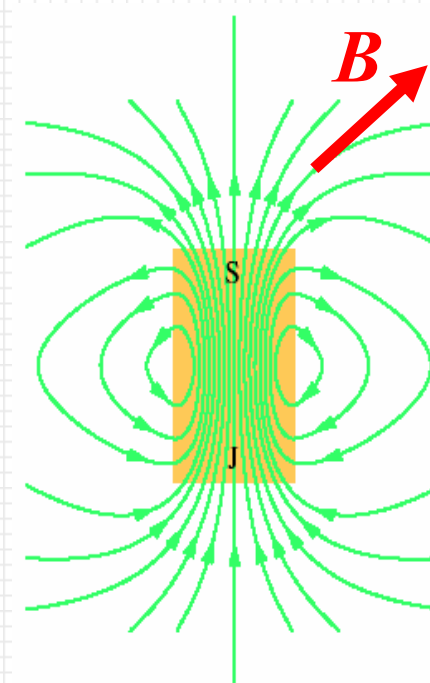
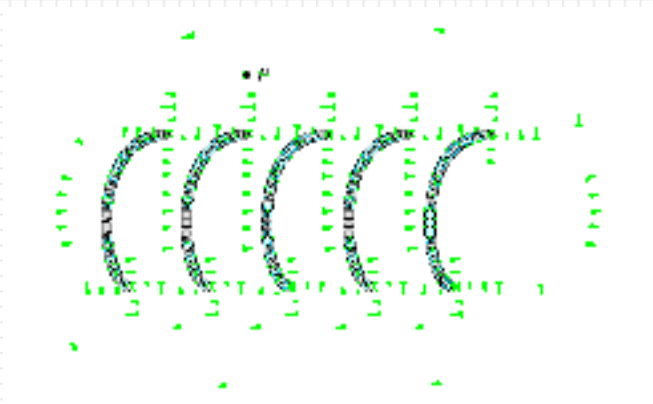
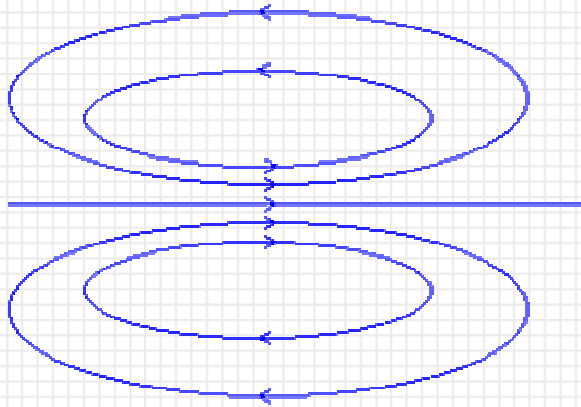
$$R > a$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



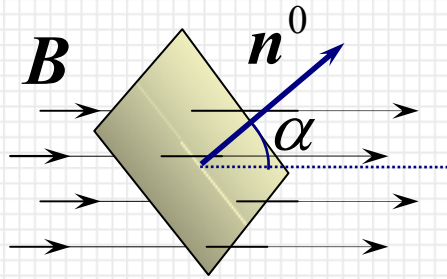
Indukčné čiary magnetického poľa

Silové čiary mg. poľa alebo mg. **indukčné čiary** sú krivky, ktorých dotyčnice v každom bode sú rovnobežné s vektorom magnetickej indukcie B . V grafickom zobrazení sa na krivky nanášajú šípky udávajúce smer magnetickej indukcie B . V miestach s väčšou hustotou magnetických indukčných čiar je veľkosť magnetickej indukcie vyššia. Indukčné čiary sú vždy **uzatvorené**.



Magnetický indukčný tok

V *magnetickom poli*
magnetický indukčný tok ... Φ



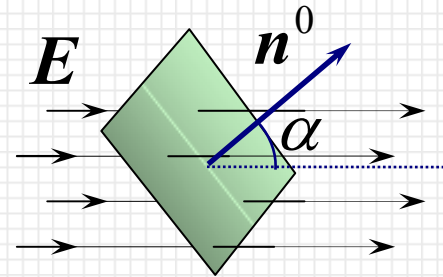
$$d\Phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\Phi = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Jednotka ... *1Weber (Wb)*

$$[\Phi] = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ Tm}^2$$

V *elektrickom poli*
tok vektora intenzity ... T

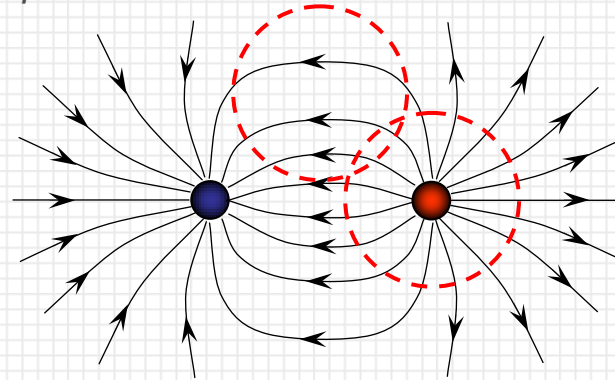


$$dT = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

Gaussov zákon pre magnetickú indukciu

Tok vektora intenzity cez uzavretú plochu v el. poli

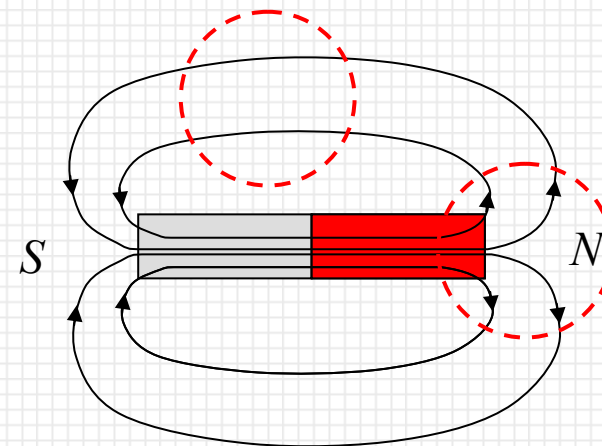
$$T = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



Magnetický indukčný tok cez uzavretú plochu v mg. poli

$$\Phi = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = ?$$

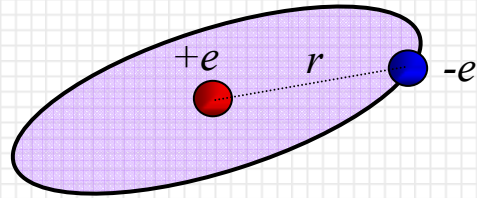
Akokoľvek zvolíme Gaussovu plochu indukčné čiary poľa vždy do nej vchádzajú a aj vychádzajú. Potom celkový magnetický indukčný tok je **nulový**



$$\Phi = \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Kým v el. poli náboj je akýmsi „monopólom“, tak v mg. poli taký ekvivalent neexistuje. Potom najjednoduchším zdrojom mg. poľa je dipól

Magnetické pole v látkovom prostredí, intenzita (mikroskopická teória)



Na rozdiel od el. poľa nevznikajú dipóly ale dochádza ku vzniku alebo zmene orientácie elementárnych prúdov v atómoch. Tieto elementárne prúdy pohybujúcich sa elektrónov vytvárajú

magnetický dipólový moment

$$\mathbf{m} = I\mathbf{S}$$

$$\bar{I} = \frac{e}{T} = e \frac{v}{2\pi r}$$

$$\mathbf{m} = \bar{I}\pi r^2 = \frac{evr}{2}$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}$$

Intenzita mg. poľa

$$[H] = 1 \text{ Am}^{-1}$$

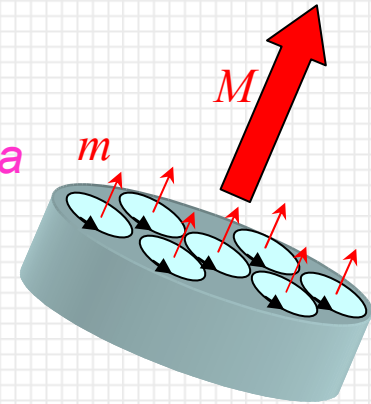
Charakterizuje mg. pole v látkovom prostredí. Vo vákuu nemá zvláštny zmysel. Je to pomocný vektor pre mg. polia v látke.

Vektor magnetizácie (makroskopická teória)

V mg. poli \mathbf{B} je snaha o natočenie dipólov \mathbf{m} v smere \mathbf{B} .

Celkový magnetický moment od všetkých atómov v objeme je **magnetizácia**

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\sum_i \mathbf{m}_i}{\Delta\tau} \quad \text{alebo} \quad \mathbf{M} = n\mathbf{m} = nI\mathbf{S}$$



Ampérov zákon pre mg. pole

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I + I_M) \quad \oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = I_M \quad \text{prídavné mg. pole}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I + \oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l})$$

$$\oint \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) \cdot d\mathbf{l} = I$$

\mathbf{H}

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$$

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$$

$$\mu \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H} + \chi \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\mu_r = 1 + \chi$$

χ ... Magnetická susceptibilita

μ_r ... relatívna permeabilita

Látky v mg. poli

Elementárnymi nositeľmi mg. vlastností materiálov sú **atómy**

Paramagnetické látky

molekulárne prúdy aj bez mg. poľa. V mg. poli sa pootočia tak aby vektory polí zvierali minimálny uhol. Tým pole zosilňujú.

$$\mu > \mu_0 \quad \chi > 0$$

Diamagnetické látky

molekulárne prúdy nie sú bez mg. poľa. V mg. poli sa elementárne molekulárne prúdy začínajú vytvárať ale pootočia tak, že pole zoslabujú.

$$\mu < \mu_0 \quad \chi < 0$$

Feromagnetické látky

Napr. Fe, Ni, Co resp. ich zliatiny a pri nízkych teplotách, Gd, Sm, Dy

Vlastnosti:

Permeabilita feromagnetických látok nie je konštantná

Magnetizácia sa udrží aj po odstránení príčiny jej vzniku

Diamagnetiká	$-\chi \cdot 10^6$	Paramagnetiká	$\chi \cdot 10^6$
Voda	9	Hliník	24
Kuchynská soľ	14	Titán	71
Ortuť	29	Platina	264
Zlato	36	Urán	400
Bizmut	166	Kyslík (kvapalný)	3620

Feromagnetické látky, magnetická hysteréza

Vlastnosti sa merajú závislosťou B od H pre daný materiál

